

Cvičení č. 5

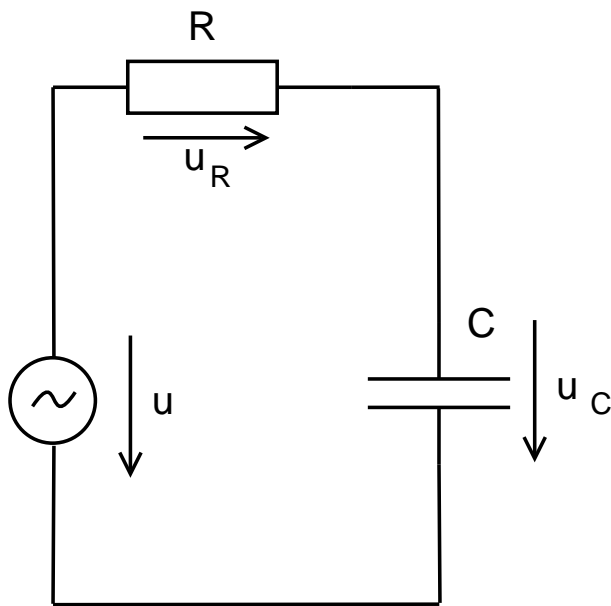
Bc. Jan Kaláb
xkalab00

15. března 2012

1 Řešení elektrického obvodu

Řešte elektrický obvod na obrázku 1 pro hodnoty

$$C = 10^{-6}\text{F}, R = 200\Omega, u = \sin(\omega t)\text{V}, \omega = 1\text{rad/s}, u_C(0) = 0\text{V}.$$



Obrázek 1: Elektrický obvod RC

Řešení proved'te nejdříve obecně a teprve až do výsledku dosad'te zadané konstanty. V TKSL porovnejte analytické a numerické řešení napětí na kapacitě.

2 Postup a výpočet analytického řešení

$$u = u_R + u_C$$

$$u_R = R \cdot i$$

$$u'_C = \frac{i}{C}, \quad u_C(0) = 0$$

$$u = \sin(t)$$

$$R \cdot i + u_C = u$$

$$R \cdot C \cdot u'_C + u_C = \sin(t)$$

$$a = \frac{1}{RC}$$

$$u'_C = \frac{\sin(t) - u_C}{RC}$$

Nehomogenní diferenciální rovnice *

$$u'_C + a \cdot u_C = a \cdot \sin(t), \quad u_C(0) = 0$$

Řešíme nejprve homogenní diferenciální rovnici

$$u'_C + a \cdot u_C = 0$$

Charakteristická rovnice

$$\lambda + a = 0$$

$$\lambda = -1 = -\frac{1}{RC}$$

Očekávané řešení homogenní diferenciální rovnice

$$u_{CH} = K(t) \cdot e^{\lambda t}$$

Výpočet partikulárních integrálů pro pravou část $\sin(t)$

$$u_{CP} = A \cdot \sin(t) + B \cdot \cos(t)$$

$$u'_{CP} = A \cdot \cos(t) - B \cdot \sin(t)$$

Dosadíme u_{CP} a u'_{CP} do *

$$A \cdot \cos(t) - B \cdot \sin(t) + A \cdot a \cdot \sin(t) + B \cdot a \cdot \cos(t) = a \cdot \sin(t)$$

Sestavíme soustavu rovnic pro $\sin(t)$ a $\cos(t)$

$$A + B \cdot a = 0 \text{ (cos)}$$

$$A \cdot a - B = a \text{ (sin)}$$

Vypočteme konstanty A a B

$$A = \frac{a^2}{1 + a^2}$$

$$B = \frac{-a}{1 + a^2}$$

Obecné řešení *

$$u_C = u_{CH} + u_{CP}$$

$$u_C = K(t) \cdot e^{-at} + \frac{a^2}{1 + a^2} \cdot \sin(t) - \frac{a}{1 + a^2} \cdot \cos(t)$$

Dosadíme $u_C(0) = 0$ a vypočteme $K(t)$

$$K(t) = \frac{a}{1 + a^2}$$

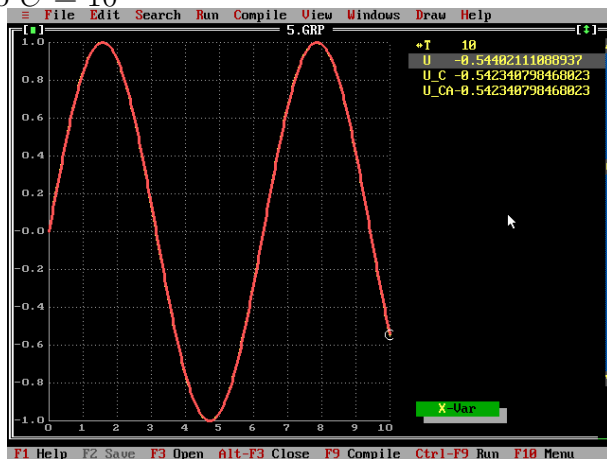
3 Postup v TKSL

```
var u, u_C, u_Canal;
const tmax = 10;
const C = 10e-2, R = 200;
const a = 1 / (R * C);
const a2 = a * a;
const K = a / (1 + a2);
const X = a2 / (1 + a2);
const Y = -a / (1 + a2);

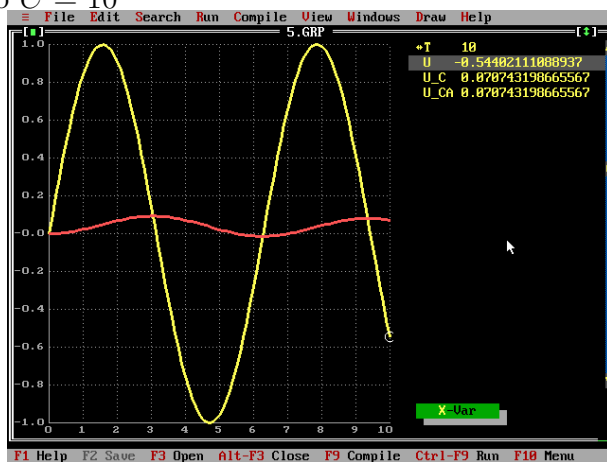
system
    u_Canal = K * exp(-a * t) + X * sin(t) + Y * cos(t);
    u_C' = a * (u - u_C) & 0;
    u = sin(t);
sysend.
```

4 Grafický výstup

Pro $C = 10^{-6}$



Pro $C = 10^{-2}$



5 Závěr

Analytické řešení není triviální. Následný přepis do TKSL ukázal shodu numerického řešení s analytickým, čímž potvrdil její správnost.